

שם: _____
תאריך: _____
שם המורה: _____

עבודת קיץ במתמטיקה - לבוגרי כיתה יא – 4 יח"ל

עליך לענות על כל השאלות. העבודה להגשה בתחילת שנת לימודים.

משוואות מעריכיות

תרגיל 1

פתרו את המשוואות הבאות (שימוש בחוקי החזקות היסודיים):

$$\text{א. } 2^x = 16 \quad \text{ב. } 5^x \cdot 25^{x+2} = 125$$

$$\text{ג. } 10^{x-2} = 10000^{x+1} \quad \text{ד. } 9^x \cdot 3^{x^2} = 81^{3x-4}$$

$$\text{ה. } (2^x \cdot 32)^3 = 8 \quad \text{ו. } (5^{x^2})^5 \cdot \frac{1}{5^5} = 625^{x-1}$$

$$\text{ז. } \frac{7^x}{343^3} = 1$$

תרגיל 2

פתרו את המשוואות הבאות (משוואות יסודיות עם חיבור וחסור ממעלה ראשונה):

$$\text{א. } 2^x + 6 \cdot 2^x = 56 \quad \text{ב. } 8^x + 3 \cdot 8^x = 256$$

$$\text{ג. } 5 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 162 \quad \text{ד. } 2 \cdot 6^x + 6^{x+2} - 6^{x-1} = 227$$

תרגיל 3

פתרו את המשוואות הבאות (משוואות כלליות עם חיבור וחסור ממעלה ראשונה):

$$\text{א. } 81^{x+1} + 18 \cdot 3^{4x-3} = 735 \quad \text{ב. } 5^{3x+2} + 4 \cdot 125^x = 29$$

תרגיל 4

פתרו את המשוואות הבאות (משוואות עם חיבור וחסור ממעלה שנייה):

$$\text{א. } 9^x - 36 \cdot 3^x + 243 = 0 \quad \text{ב. } 16^{x+1} - 65 \cdot 4^x + 4 = 0$$

$$\text{ג. } 6^x - 4 \cdot 6^{-x} + 3 = 0 \quad \text{ד. } 4^{-x} - 3 \cdot 4^x + 2 = 0$$

תרגיל 5

פתרו את המשוואות הבאות:

א. $3^x + 3^x = 18$

ב. $7 \cdot 10^x - 10^x = 600$

ג. $3^x - 3^{2-x} = 8$

ד. $2^{2x} - 7 \cdot 2^x - 8 = 0$

ה. $16^{x+1} - 65 \cdot 4^x + 4 = 0$

תרגיל 6

פתרו את המשוואות הבאות:

א. $2^x + 4 \cdot 2^x = 80$

ב. $8^x + 8^{x+2} = 1040$

ג. $5^x + 5^{2-x} = 26$

ד. $9^x - 36 \cdot 3^x + 243 = 0$

תרגיל 7

פתרו את המשוואות הבאות (משוואות יסודיות עם קבוע אוילר):

א. $e^{3x} = e^{2x-1}$

ב. $e^{5x-1} = e \cdot e^{6x+1}$

ג. $e^{x-5} = (e^{1-x})^3$

תרגיל 8

פתרו את המשוואות הבאות (משוואות עם חיבור וחסור):

א. $e^2 \cdot e^x - e^{x+1} = e - 1$

ב. $e^{2x} + e^x - 2 = 0$

תרגיל 9

פתרו את המשוואות המעריכיות הבאות (בסיס טבעי (e)):

א. $e^{2x} = e^{x-1}$

ב. $e^{3x-5} = (e^{x+1})^2$

ג. $e^{x^2-1} \cdot e^{6x} = e^6$

ד. $e^{4x-5} = e \cdot e^{x^2}$

ה. $(e^x)^2 \cdot e^{5x+2} \cdot e^{-4x^2} = 1$

ו. $\frac{e^{2x+3}}{e^{x-1}} = e^2 \cdot e^{x^2}$

סדרה חשבונית

תרגיל 10

בסדרה חשבונית 10 איברית.

סכום איברי הסדרה הוא 210.

האיבר הראשון בסדרה הוא 3.

1. מצא את הפרש הסדרה.

2. מצא את האיבר התשיעי בסדרה.

תרגיל 11

בסדרה חשבונית סכום האיברים הוא 1100.

האיבר הראשון הוא 10 והאיבר האחרון הוא 100.

מצא כמה איברים יש בסדרה?

תרגיל 12

האיבר הראשון בסדרה חשבונית הוא 100 והפרש הסדרה הוא -6.

בסדרה זו איברים חיוביים ושיליים.

כמה איברים עוקבים לכל היותר, של הסדרה הנ"ל, החל מהראשון, יש לחבר כדי שסכומם יהיה עדיין חיובי?

מהו סכום כל האיברים האלה?

תרגיל 13

בסדרה חשבונית האיבר העשירי גדול פי 3 מהאיבר הרביעי.

סכום מאה האיברים הראשונים הוא 9900.

מצא את האיבר החמישי בסדרה.

תרגיל 14

בחלון ראווה של חנות סמארטפונים מוצגים מכשירים המסודרים בשורה ולכל מכשיר מוצמד מחיר.

המכשיר הראשון משמאל בשורה הוא הזול ביותר.

ככל שמתקדמים משמאל לימין בשורה,

מחיר כל מכשיר גדל בסכום קבוע מזה שלפניו.

מחירים של הסמארטפון הימני ביותר והסמארטפון השמאלי ביותר

יחד הוא 6,400 ש"ח.

בנוסף ידוע כי המחיר של המכשיר היקר ביותר גדול פי 3

מהמחיר של המכשיר הזול ביותר.

א. מצאו את המחיר של המכשיר הזול ביותר הנמצא בחלון הראווה.

ב. סכום מחירי כל הסמארטפונים שבחלון הראווה שווה ל- 54,400 ש"ח.

כמה מכשירים מוצגים בחלון הראווה?

נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $a_n = 2n + 3$.

א. הוכיחו כי הסדרה היא חשבונית ומצאו את הפרש הסדרה.

באולם קולנוע הכיסאות סודרו כך שהכלל a_n

מתאר את מספר הכיסאות בשורה n .

ב. באיזו שורה יש 19 כיסאות?

בעקבות מגבלות הקורונה מותר להושיב צופים

כאשר יש ביניהם רווח של כיסא אחד.

לכן בשורה הראשונה אפשר להושיב 3 צופים,

ובכל שורה נוספת אפשר להושיב צופה אחד יותר מאשר בשורה הקודמת.

מתברר שבאופן זה מספר הצופים הכולל שאפשר להושיב באולם

קטן ב-90 ממספר הצופים בתפוסה מלאה לפני מגבלות הקורונה.

ג. מצאו את מספר השורות באולם.

תרגיל 16

נתונה סדרה חשבונית A שאיבריה הם: $a_1, a_2, a_3, \dots$

ובה 23 איברים.

נתון: $a_{12} = 7$,

הפרש הסדרה הוא 5.

א. מצאו את a_1 .

ב. מצאו את סכום האיברים שנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3, \dots$

וגם בה 23 איברים.

האיבר הראשון בסדרה הוא 3.

נסמן את הפרש הסדרה B ב- d .

מכל איברי הסדרות A ו- B בונים סדרה חשבונית חדשה,

שאיבריה הם: $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots$

ג. (1) מצאו האיבר הראשון של הסדרה החדשה.

(2) הביעו באמצעות d את הפרש הסדרה החדשה.

(3) נתון כי סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3,013.

מצאו את d .

תרגיל 17

נתונים כל המספרים התלת ספרתיים: 100, 101, 102, ..., 999.

מבין המספרים הנתונים מצא כמה מספרים מתחלקים ב-5 (בלי שארית).

מבין המספרים הנתונים מצא כמה מספרים אינם מתחלקים ב-5.

תרגיל 18

בבית מלאכה הוזמנו חלקי חילוף מסוג מסוים.

את ההזמנה ביצעו שני פועלים כל אחד מהם הכין מחצית חלקי החילוף שהוזמנו.

הם החלו בעבודה באותו יום.

הפועל הראשון הכין ביום הראשון לעבודתו 20 חלקי חילוף ובכל יום אחר ב-5 חלקי חילוף יותר מאשר ביום שקדם לו.

הפועל השני עבד בקצב קבוע והכין כל יום 65 חלקי חילוף.

הפועל השני סיים את עבודתו שלושה ימים לפני הראשון.

כמה חלקי חילוף הוזמנו בבית המלאכה?

הבחן בין שני המקרים.

תרגיל 19

בסדרה חשבונית יש $2n$ איברים.

סכום כל איברי הסדרה גדול פי 4 מסכום n איברים הראשונים.

האיבר ה-15 הוא 87.

מצא את האיבר הראשון בסדרה ואת הפרש הסדרה.