

שם: _____

תאריך: _____

שם המורה: _____

עבודת קיץ במתמטיקה - לבוגרי כיתה י – 4 יח"ל תוכנית חדשה

עליך לענות על כל השאלות. העבודה להגשה בתחילת שנת לימודים.

סטטיסטיקה

תרגיל 1

לפניכם טבלת שכיחויות שבה מוצגת התפלגות ציונים במבחן של תלמידי השכבה:

ציון	40	50	60	70	80	90	100
מספר תלמידים	13	13	18	25	16	14	x

- א. השכיחות היחסית של התלמידים שקיבלו ציון 100 היא 10%. חשבו את x.
- ב. מהו הציון השכיח, מהו הציון החציוני, ומהו הציון הממוצע של תלמידי השכבה?

תרגיל 2

לפניכם הציונים באנגלית של שלושה תלמידים לאורך השנה. שימו לב כי הציונים אינם מסודרים בסדר עולה:

הציונים של רמי: 60, 65, 70, 62, 87, 77.

הציונים של תמר: 10, 85, 92, 87, 100, 93.

הציונים של נעמה: 88, 90, 70, 75, 57, 65.

- א. מהו המשתנה שנמדד ומה סוגו?
- ב. חשבו את מדדי המרכז ממוצע וחציון של הציונים של כל אחד מהתלמידים. דייקו עד לשתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- ג. חשבו את טווח הציונים של כל תלמיד. למי מהתלמידים טווח הציונים הגדול ביותר?
- ד. שערו למי מהתלמידים תתקבל סטיית התקן של הציונים הגדולה ביותר והסבירו. בדקו השערתכם: חשבו את סטיית התקן של הציונים של כל אחד מהתלמידים.

תרגיל 3

בשנת הלימודים התקיימו בכיתה י' חמישה מבחנים במתמטיקה. לדקל ממוצע 72 בחמשת המבחנים. בארבעת המבחנים הראשונים היא קיבלה 49, 77, 79, 70.

- א. מה הציון של דקל במבחן החמישי?
- ב. מהו טווח הציונים של דקל?
- ג. מהו הציון החציוני של דקל?
- ד. מהי סטיית התקן של הציונים של דקל?
- ה. המורה הוסיף 5 נקודות לכל ציון של כל אחד מהמבחנים. קבעו מה השינוי שיחול בכל אחד מהמדדים שחישבתם:
 - I. מה יהיה הממוצע החדש?
 - II. מה יהיה הטווח החדש?
 - III. מה יהיה החציון החדש?
 - IV. מה תהיה סטיית התקן החדשה?

הסתברות

תרגיל 4

בשכונה גדולה נבדקו הרגלי הצריכה של אורז מלא ואורז לבן בקרב התושבים. 60% מהמשפחות בשכונה צורכות אורז מלא, 80% מהמשפחות צורכות אורז לבן ו-50% מהמשפחות צורכות אורז מלא וגם אורז לבן. נסמן: מאורע A – המשפחה צורכת אורז מלא, מאורע B – המשפחה צורכת אורז לבן.

סך הכל	$\bar{A}$ – לא צורכת אורז מלא	A – צורכת אורז מלא	
			B – צורכת אורז לבן
			$\bar{B}$ – לא צורכת אורז לבן
1			סך הכל

- א. רכזו את הנתונים בטבלה הדו-ממדית הנתונה, והשלימו אותה.
- ב. בוחרים באקראי משפחה מהשכונה. רשמו את ההסתברויות של המאורעות הבאים:
 - (1) נבחרה משפחה שצורכת אורז מלא ואינה צורכת אורז לבן.

(2) נבחרה משפחה שצורכת אורז לבן ואינה צורכת אורז מלא.

(3) נבחרה משפחה שאינה צורכת את המוצרים הללו.

בחנות סופרמרקט גדולה בדקו את העדפות הלקוחות ברכישת חלב או תחליפיו. נמצא כי 50% מהלקוחות קונים חלב, 0.45 מהלקוחות קונים תחליפי חלב, ו-0.2 מהלקוחות קונים חלב וגם תחליפי חלב. נסמן: מאורע A – הלקוח קונה חלב, מאורע B – הלקוח קונה תחליפי חלב.

א. רכזו את הנתונים בטבלה דו-ממדית, והשלימו אותה.

ב. בוחרים באקראי באחד הלקוחות. חשבו את ההסתברויות הבאות:

(1) ייבחר לקוח שאינו קונה תחליפי חלב.

(2) ייבחר לקוח שקונה רק תחליפי חלב.

(3) ייבחר לקוח שקונה רק חלב.

ג. מהו אחוז הלקוחות שאינם קונים אף לא אחד מהמוצרים הללו?

ד. מהו אחוז הלקוחות שקונים לפחות אחד המוצרים?

תרגיל 6

במתחם דירות במרכז הארץ יש שני סוגי דירות בלבד: דירות 3 חדרים ודירות 4 חדרים. ב-40% מהדירות גרים שוכרים, 45% מהדירות הן דירות 4 חדרים שגרים בהן בעלי הדירות (כל הדירות במתחם מאוכלסות). ההסתברות שדירה במתחם שנבחרה באקראי היא בת 3 חדרים וגרים בה שוכרים היא 0.3.

א. בוחרים באקראי דירה מבין כל הדירות במתחם.

(1) מה ההסתברות שנבחרה דירת 3 חדרים?

(2) מה ההסתברות שנבחרה דירת 4 חדרים שגרים בה שוכרים?

ב. מהו אחוז הדירות בנות 3 חדרים שגרים בהן בעלי הדירה?

ג. באיזה חלק מהדירות גרים בעלי הדירה?

מספר הדירות במתחם שגרים בהם בעלי הדירה הוא 120 דירות.

ד. כמה דירות במתחם בסך הכול?

תרגיל 7

בחוג לכלכלה באוניברסיטה מסוימת כל סטודנט ניגש למבחן במבוא לכלכלה ולמבחן בסטטיסטיקה.

להלן נתונים לגבי הסטודנטים שניגשו במועד א לשני המבחנים: 65% עברו את המבחן בסטטיסטיקה. 15% עברו את המבחן בסטטיסטיקה ונכשלו במבחן במבוא לכלכלה.

ההסתברות לעבור את שני המבחנים או להיכשל בשני המבחנים היא 0.8.

נבחר באקראי סטודנט שניגש למבחנים הללו. חשבו את ההסתברות המאורעות הבאים:

א. הסטודנט עבר בדיוק מבחן אחד.

ב. הסטודנט עבר לכל היותר מבחן אחד.

ג. הסטודנט עבר לפחות מבחן אחד.

ידוע כי מבין כל הניגשים למבחנים הללו, 300 סטודנטים עברו לכל היותר מבחן אחד.

ד. (1) כמה סטודנטים ניגשו למועד א בשני המבחנים?

(2) כמה סטודנטים מהחוג לא עברו אף לא אחד מהמבחנים?

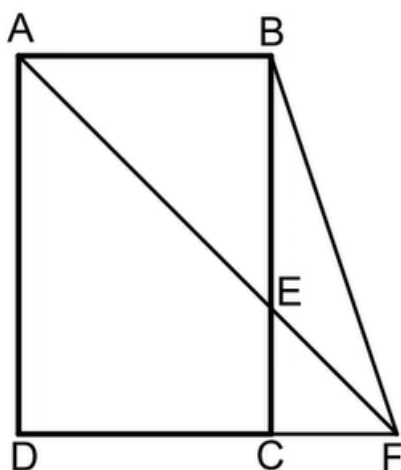
תרגיל 8

נתון מרובע ABCD ששיעורי קודקודיו הם: $A(-4,1)$, $B(-1,-2)$, $C(6,2)$, $D(3,5)$.

- סרטטו את המרובע ABCD במערכת צירים.
- הוכיחו שהמרובע המתקבל הוא מקבילית.
- חשבו את היקף המקבילית.
- M היא נקודת המפגש של אלכסוני המקבילית. חשבו את השיעורים של M.

תרגיל 9

באיור שלפניכם נתון מלבד ABCD שבו: $AB = 12 \text{ cm}$, $AD = 18 \text{ cm}$.



- הנקודה E מחלקת את הצלע BC ביחס של $BE:CE=2:1$.
- מעבירים קטע AE החותך את המשך הצלע DC בנקודה F.
- מחברים את הנקודה F עם הקודקוד B.

- (1) הוכיחו כי: $\triangle ABE \sim \triangle FCE$.
- מהו יחס הדמיון?
- איזה סוג משולש הוא המשולש FCE?
- חשבו את אורך הצלע EF במשולש FCE.
- מצאו את הזווית $\angle BFE$.
- חשבו את שטח המשולש BFE.
- חשבו את היחס בין שטח המשולש BFE לבין שטח המרובע ABCD.

תרגיל 10

נתונה מקבילית ABCD.

EC ו-ED הם חוצי זוויות BCD ו-ADC בהתאמה, הנפגשים בנקודה E.

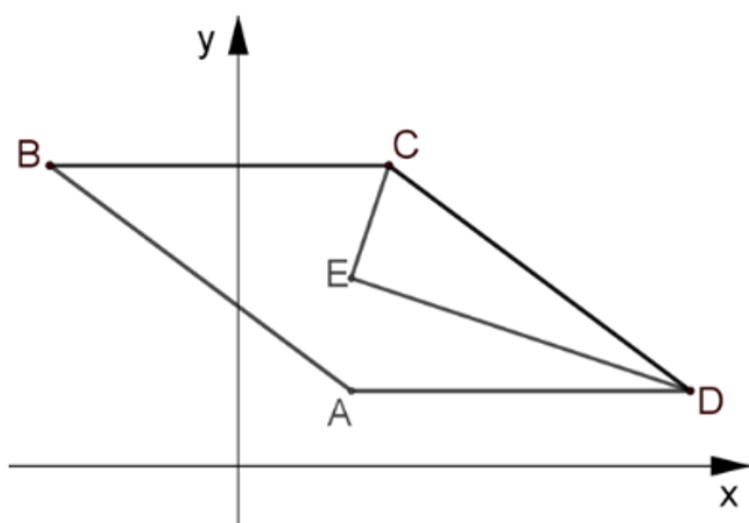
נסמן: $\angle BCD = 2\alpha$.

- בטאו באמצעות α את זווית ADC.
- הוכיחו: $\angle CED = 90^\circ$.

נתון: $A(3,2)$, $B(-5,8)$, $C(4,8)$.

משוואת הישר EC היא: $y = 3x - 4$.

- מצאו את שיעורי הנקודה D.
- מצאו את משוואת הישר ED.
- חשבו את שיעורי הנקודה E.
- מצאו פי כמה גדול שטח המקבילית ABCD משטח המשולש CED?

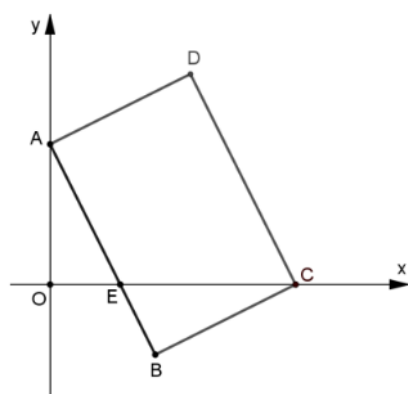


תרגיל 11

במרובע ABCD שיעורי קודקודיו הם: $A(4,4)$, $B(3,-2)$, $C(7,0)$, $D(4,6)$.

א. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מלבן.

הצלע AB חותכת את ציר ה-X בנקודה E. הנקודה O היא ראשית הצירים (ראה ציור).



ב. מצאו את שיעורי הנקודה E.

ג. הוכיחו שהמשולשים AOE ו-CBE דומים.

ד. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש AOE.

תרגיל 12

במשולש ABC נתון כי שיעורי הנקודות $C(12,3)$, $A(6,5)$, $B(5,2)$.

1. (1) הוכיחו כי $\triangle ABC$ הוא משולש ישר זווית.

(2) חשבו את זוויות המשולש ABC.

2. מעבירים את AD, גובה לצלע BC.

הוכיחו כי הגובה יוצר שלושה

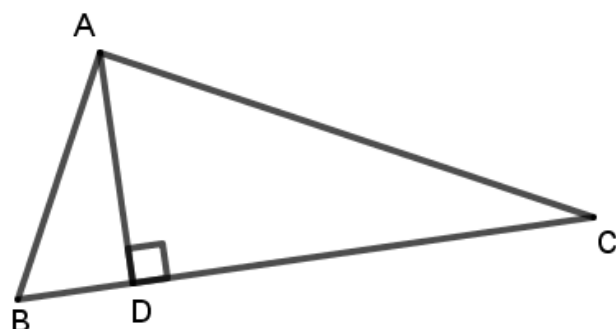
3. משולשים דומים: ABD , ADC , ABC (כלומר, הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle ADC \sim \triangle ABD$).

4. חשבו את יחסי הדמיון של המשולשים הבאים:

(1) $ADCA$ ו- $ABCA$

(2) $ABDA$ ו- $ADCA$

(3) $ABDA$ ו- $ABCA$



תרגיל 13

במשולש ABC נתון: $C(3,3)$, $A(15,-3)$.

משוואות הישרים עליהם מונחים הגבהים לצלעות AC ו-BC

הם $y = 2x - 18$ ו- $y = -x + 6$ בהתאמה (ראו סרטוט).

שני הגבהים נפגשים בנקודה P.

1. מצאו את שיעורי הנקודה P.

2. (1) מצאו את משוואת הישר עליו מונח הגובה לצלע AB.

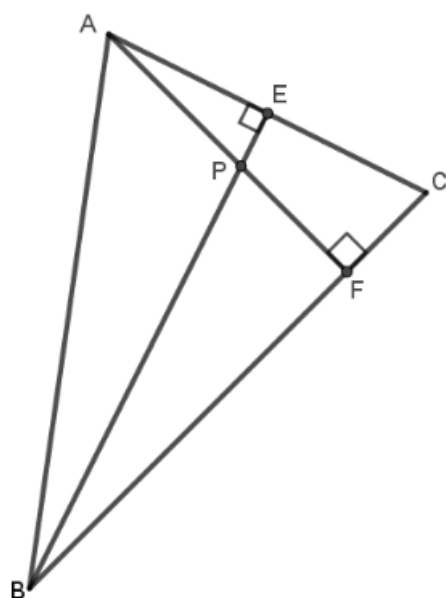
(2) הראו כי הגובה לצלע AB עובר דרך הנקודה P.

כלומר, הראו ששלושת הגבהים נפגשים בנקודה אחת שהיא נקודה P.

3. מצאו את משוואות הישרים עליהם מונחות הצלעות AB ו-BC.

4. האם משולש ABC הוא משולש שונה צלעות / שווה שוקיים / שווה צלעות?

5. חשבו את זוויות המשולש ABC.



פונקציית פולינום

תרגיל 14

7. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + x + b$, b הוא פרמטר.

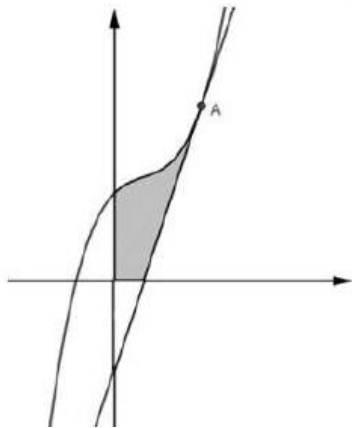
א. הראה כי לפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון.

מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה A הנמצאת ברביע הראשון (ראה סרטוט).
ידוע כי שיפוע המשיק הוא 3, ושיעור ה- y של נקודה A שווה ל-2.

ב. (1) מצא את שיעור ה- x של נקודה A .

(2) מצא את משוואת המשיק.

(3) מצא את b .



פונקציית שורש

תרגיל 15

6. נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{x+2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = x\sqrt{x+2} + k$, k הוא פרמטר.

(1) כתוב דוגמה לערך הפרמטר k , עבורו $g(x)$ לא חותכת את ציר ה- x .

(2) עבור ערך ה- k שכתבת בסעיף הקודם, רשום את שיעורי נקודות הקיצון של

הפונקציה $g(x)$.

תרגיל 16

8. בצויר שלפניך מוצג גרף הפונקציה $f(x) = x^2\sqrt{10-4x}$.

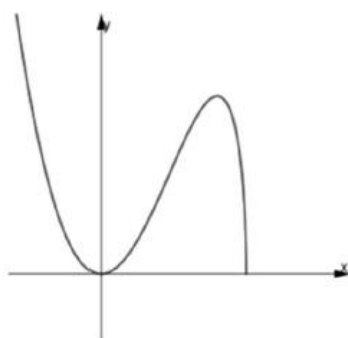
א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות

של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(3) כמה פתרונות יש למשוואה:

$$x^2\sqrt{10-4x} = 5 \quad ? \text{ נמק את תשובתך.}$$

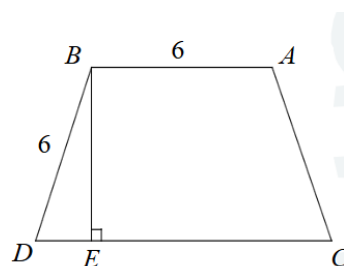


7. נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{x + 18}$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - נתונה הפונקציה $g(x) = -2 \cdot f(x)$.
- (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.
- (2) נסמן ב- A ו- B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בהתאמה. הנקודה O היא ראשית הצירים. חשב את שטח המשולש ABO .

בעיות קיצון

תרגיל 18



בטרפז שווה שוקיים ABCD הבסיס הקטן, AB , שווה לשוק ושניהם שווים ל-6 ס"מ.

AE הוא גובה לבסיס DC .

נסמן $DE = x$.

חשב מה צריך להיות אורך הקטע x , כדי ששטח הטרפז יהיה מקסימלי.

תרגיל 19

נתון מלבן שאורך אלכסונו 12 ס"מ.

נסמן ב- x את אורך אחת הצלעות במלבן.

א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע הסמוכה לה.

ב. מצאו מה צריכים להיות אורכי צלעותיו של המלבן כדי שהיקפו יהיה מקסימלי.

ג. הראו שההיקף המקסימלי של המלבן הוא $24\sqrt{2}$ ס"מ.

תרגיל 20

בציור מתואר מלבן שהיקפו 16 ס"מ.

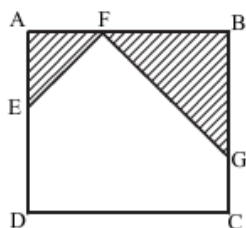
נסמן ב- x את אורך אחת מצלעות המלבן.

א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע הסמוכה לה.

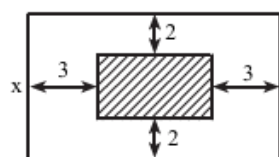
ב. הביעו באמצעות x את שטח המלבן.

ג. מצאו מה צריך להיות אורכן של צלעות המלבן כדי ששטחו יהיה מקסימלי.

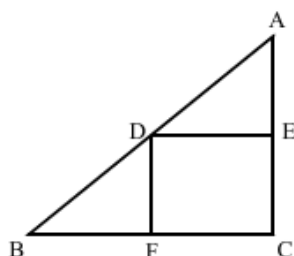




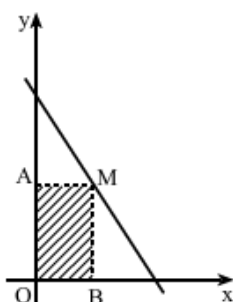
- במלבן ABCD נתון: $AB = 8$. הנקודות E, F ו-G נמצאות על צלעות המלבן, כך ש- $AE = AF$, $BF = BG$. נסמן ב-x את אורך הקטע AE. הביעו את סכום השטחים המקווקווים על ידי x. מצאו את הערך של x, כך שסכום השטחים המקווקווים יהיה מינימלי. מצאו את היקף המשולש AEF, כאשר סכום השטחים המקווקווים הוא מינימלי. דייקו עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



- בתוך מלבן חיצוני שהיקפו 72 ס"מ, חסום מלבן פנימי שצלעותיו מקבילות לצלעות המלבן החיצוני. רוחב השוליים הצרים הוא 2 ס"מ מכל צד, ורוחב השוליים הרחבים הוא 3 ס"מ מכל צד. נסמן ב-x את רוחב המלבן החיצוני (ראו ציור). הביעו באמצעות x את אורך המלבן החיצוני. הביעו באמצעות x את שטח המלבן הפנימי (השטח המקווקו). מצאו את x שעבורו שטח המלבן הפנימי הוא מקסימלי.



- ABC הוא משולש ישר-זווית ($AC \perp BC$) שבו $AC = 6$ ס"מ ו- $BC = 8$ ס"מ. בתוך המשולש חסום מלבן DECF. א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$. ב. נסמן: $CE = x$. הביעו באמצעות x את אורך הקטע DE. ג. מה צלעותיו של המלבן, ששטחו מקסימלי?



- על גרף הפונקציה $y = -1.5x + 6$ בוחרים נקודה M ברביע הראשון. בנקודה זו מורידים אנכים לצירים, כך שנוצר מלבן AMBO (ראו ציור). נסמן ב-x את שיעור ה-x בנקודה M. א. הביעו באמצעות x את שיעור ה-y בנקודה M. ב. הביעו באמצעות x את שטח המלבן. ג. מהם שיעורי הנקודה M, כך ששטח המלבן AMBO יהיה מקסימלי? ד. מהו השטח המקסימלי של המלבן? ה. האם אפשר למצוא נקודה M, שעבורה שטח המלבן AMBO הוא 8?