

שם: _____

תאריך: _____

שם המורה: _____

עבודת קיץ במתמטיקה - לבוגרי כיתה י – 4 יח"ל תוכנית חדשה

עליך לענות על כל השאלות. העבודה להגשה בתחילת שנת לימודים.

סטטיסטיקה

תרגיל 1

במבחן בגיאוגרפיה התקבלו הציונים הבאים (באחוזים):

100, 95, 95, 95, 90, 90, 90, 85, 85, 85, 85, 80, 75, 75, 75, 65, 55, 50, 45, 45.

א. חשבו את הממוצע, השכיח, סטיית התקן ואת החציון.

ב. הציון של דני גבוה מהממוצע ונמוך מהחציון, מה יכול להיות הציון של דני?

ג. לכל אחד משמונת הציונים הנמוכים ביותר הוסיפו 5 נקודות. חשבו את הציון הממוצע, השכיח וסטיית התקן החדשים.

ד. האם הציון של רשימת הציונים החדשה שונה מהחציון שחישבתם בסעיף א'? נמקו.

תרגיל 2

בכיתה מסוימת נמדד יום אחד הגובה של כל התלמידים בכיתה.

נמצא כי הגובה הממוצע של הבנים הוא 160 ס"מ והגובה הממוצע של הבנות הוא 150 ס"מ.

באותו יום חסרים שני תלמידים.

באשר הם הגיעו לכיתה למחרת, מדדו את גובהם וחושבו מחדש את הממוצע של הבנים והממוצע של הבנות.

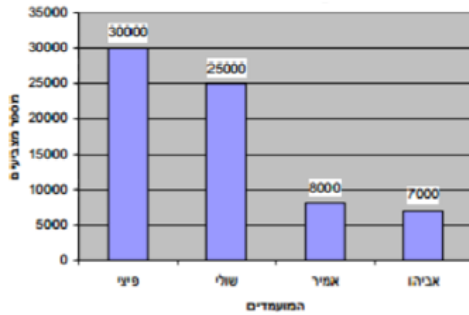
במפתיע הממוצע של הבנים לא השתנה והממוצע של הבנות גם לא השתנה (ביחד לממוצעים שחושבו יום לפני).

א. נתון שאחד מהתלמידים שהיו חסרים היא בת והשני בן. יובל אמר שהגובה של הבן שהיה חסר הוא 160 ס"מ. האם יובל צודק? נמקו.

ב. אם שני התלמידים החסרים היו בנים והגובה של אחד מהם הוא 164 ס"מ, מה הגובה של התלמיד השני? נמקו.

תרגיל 3

הדיאגרמה מתארת את התפלגות הקולות בבחירות להנהגת מפלגה מסוימת.



- כמה אנשים הצביעו בשה"כ בבחירות?
- כמה אחוזים מכלל המצביעים הצביעו עבור אביהו?
- אם נפגוש באקראי את אחד המצביעים, מה השכיחות היחסית שהוא הצביע עבור פיצי?
- ברגע האחרון התגלתה עוד קלפי ובה 210 קולות נוספים. לאחר חישוב הקולות הנוספים, הסתבר כי התשובה לסעיף ג' לא השתנתה. כמה קולות מתוך הקלפי הנוספת קבלה פיצי?

הסתברות

תרגיל 4

בכיתה מסוימת שבה 40 תלמידים נערכו שני מבחנים : במתמטיקה ובאנגלית.
נסמן : A – קבוצת התלמידים שהצליחו במתמטיקה.
B – קבוצת התלמידים שהצליחו באנגלית.
בטבלה הדו-ממדית המתוארת שלפניכם רשומים הנתונים לגבי הכיתה הנ"ל.

	לא הצליחו במתמטיקה ($\bar{A}$)	הצליחו במתמטיקה (A)	
הצליחו באנגלית (B)	10	18	28
לא הצליחו באנגלית ($\bar{B}$)	6	6	12
	16	24	40

- כמה תלמידים הצליחו במתמטיקה?
- כמה תלמידים לא הצליחו באנגלית?
- כמה תלמידים הצליחו במתמטיקה אבל לא הצליחו באנגלית?
- בוחרים באקראי תלמיד מהכיתה.
(1) חשבו את ההסתברות שהוא הצליח במתמטיקה.
(2) חשבו את ההסתברות שהוא הצליח באנגלית.
(3) חשבו את ההסתברות שהוא לא הצליח במתמטיקה ולא הצליח באנגלית.

תרגיל 5

במפעל מסוים יש 70 עובדים. ידוע כי 30 עובדים מרכיבים משקפיים, 52 עובדים הם בעלי רישיון נהיגה ו-14 עובדים מרכיבים משקפיים וגם בעלי רישיון נהיגה.
נסמן : A – קבוצת העובדים המרכיבים משקפיים.
B – קבוצת העובדים בעלי רישיון נהיגה.
א. לפניכם טבלה המתארת את הנתונים. העתיקו אותה למחברת, והשלימו אותה.

	לא מרכיבים משקפיים ($\bar{A}$)	מרכיבים משקפיים (A)	
בעלי רישיון נהיגה (B)		14	52
אינם בעלי רישיון נהיגה ($\bar{B}$)			
		30	70

- כמה עובדים לא מרכיבים משקפיים ואין להם רישיון נהיגה?
- בוחרים באקראי עובד מהמפעל. חשבו את ההסתברות :
(1) שהוא מרכיב משקפיים.
(2) שהוא מרכיב משקפיים, אבל אין לו רישיון נהיגה.
ד. בוחרים באקראי עובד מהמפעל וידוע שהוא בעל רישיון. חשבו את ההסתברות שהוא מרכיב משקפיים.

בפקולטה מסוימת באוניברסיטה ידוע כי ל-66 סטודנטים יש טאבלט וגם מחשב נייד, ל-6 סטודנטים אין טאבלט אך יש מחשב נייד, ל-42 סטודנטים יש טאבלט, אך אין מחשב נייד, ול-6 סטודנטים אין טאבלט ואין מחשב נייד. ענו על הסעיפים הבאים.

א. כמה סטודנטים לומדים בפקולטה?

ב. בוחרים באקראי סטודנט מהפקולטה. (1) מה ההסתברות שיש לו טאבלט? (2) מה ההסתברות שיש לו מחשב נייד?

ג. בוחרים באקראי סטודנט וידוע שיש לו מחשב נייד. מהי ההסתברות שיש לו טאבלט?

פונקציית פולינום

תרגיל 7



נתונה הפונקציה: $y = (x - 3)^2 \cdot x$.

- מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- מצאו את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה.
- מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודות המקסימום שלה.
- מצאו את שטח המלבן שנוצר בין ציר ה- x , הישר שאת משוואתו מצאתם בסעיף הקודם ושני הישרים המאונכים לציר ה- x ועוברים בנקודות הקיצון של הפונקציה.

תרגיל 8

נתונה הפונקציה: $F(x) = x^2 - 0.5x^4$.

- קבעו האם הפונקציה $F(x)$ זוגית, אי זוגית או לא זה ולא זה. נמקו.
- קבעו האם פונקציית הנגזרת $F'(x)$ זוגית, אי זוגית או לא זה ולא זה. נמקו.
- העבירו לגרף הנגזרת $F'(x)$ משיק העובר בנקודה $(0, 4)$.
- מצאו את נקודות ההשקה ואת משוואת המשיק הנ"ל.
- עבור איזה ערך של k , לישר $y = k$ יש 4 נקודות חיתוך עם $F(x)$.

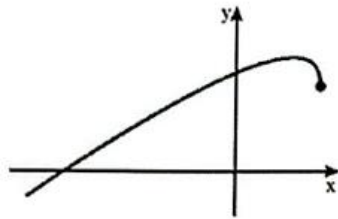
פונקציית שורש

תרגיל 9

נתונה הפונקציה הבאה: $F(x) = \sqrt{x^2 - 8x}$.

- קבעו בכל סעיף – נכון או לא נכון (ניתן לבדוק על ידי הצבה)
 - (1) ניתן להציב בפונקציה $x - F(x) = 1$ נכון / לא נכון
 - (2) ניתן להציב בפונקציה $x - F(x) = 4$ נכון / לא נכון
 - (3) ניתן להציב בפונקציה $x - F(x) = 0$ נכון / לא נכון
- מה התחום הגדרה של הפונקציה, בחרו בין 2 אופציות: (1) $x \geq 0$, (2) $8 \leq x \leq 8$ או $0 \geq x$.

תרגיל 10



- לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = x + 2\sqrt{3-x}$.
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצאו את שיעורי נקודת קצה תחום ההגדרה של הפונקציה, וקבעו על פי הגרף האם היא מינימום או מקסימום.
 - מצאו את נקודת המקסימום הפנימית של הפונקציה.
 - כתבו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - כמה נקודות משותפות יש לגרף הפונקציה ולישר $y=3$?

תרגיל 11

נתונה הפונקציה $F(x) = 4\sqrt{x}$.

- מצאו את שיפוע המשיק בנקודה שבה $x=9$.
- מצאו נקודה שבה שיעור ה- Y הוא 20.
- האם יש משיק לפונקציה ששיפועו שלילי?

תרגיל 12

- חקרו את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:
- תחום הגדרה.
 - נקודות קיצון (כולל הנקודות שבקצה תחום ההגדרה).
 - תחומי עלייה וירידה.
 - נקודות חיתוך עם הצירים.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

$$y = \sqrt{10x - x^2}$$

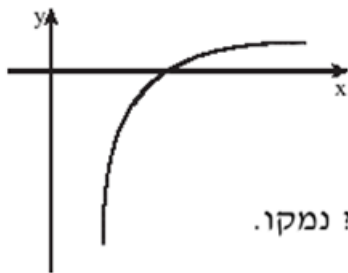
$$y = -\sqrt{x^2 - 25} + 3$$

$$y = (6-x)\sqrt{x}$$

$$y = x^2\sqrt{10-2x}$$

$$y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$$

תרגיל 13



נתונה פונקציה $f(x)$.

לפניכם גרף פונקציית הנגזרת $f'(x) = 1 - \frac{3}{\sqrt{x-2}}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצאו באיזו נקודה חותך גרף הנגזרת $f'(x)$ את ציר ה- x .

ג. באיזה תחום הנגזרת $f'(x)$ היא חיובית, ובאיזה תחום היא שלילית? נמקו.

ד. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

ה. נתון כי משוואת הפונקציה הנתונה היא $f(x) = x - 6\sqrt{x-2}$.

מצאו את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.

תרגיל 14

נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{4x} - 6x$.

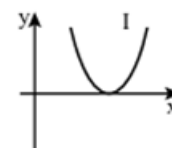
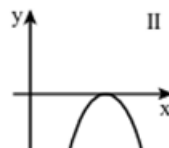
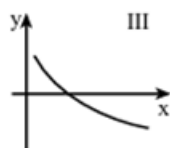
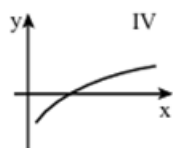
א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(3) מצאו את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. איזה גרף מבין הגרפים I, II, III, IV, עשוי לתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $1 \leq x \leq 10$? נמקו.



בעיות קיצון

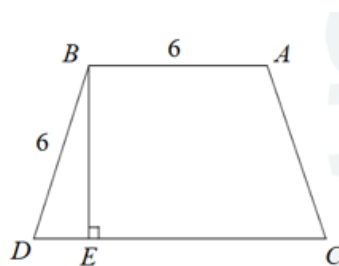
תרגיל 15

בטרפז שווה שוקיים ABCD הבסיס הקטן, AB, שווה לשוק ושניהם שווים ל-6 ס"מ.

AE הוא גובה לבסיס DC.

נסמן $DE = x$.

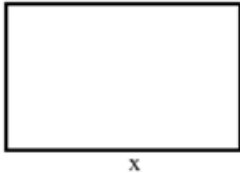
חשב מה צריך להיות אורך הקטע X, כדי ששטח הטרפז יהיה מקסימלי.



תרגיל 16

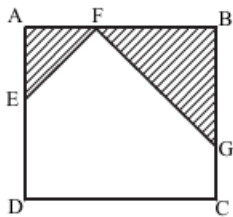
נתון מלבן שאורך אלכסונו 12 ס"מ.
 נסמן ב- x את אורך אחת הצלעות במלבן.
 א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע הסמוכה לה.
 ב. מצאו מה צריכים להיות אורכי צלעותיו של המלבן כדי שהיקפו יהיה מקסימלי.
 ג. הראו שההיקף המקסימלי של המלבן הוא $24\sqrt{2}$ ס"מ.

תרגיל 17



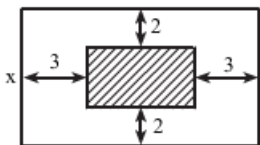
בציור מתואר מלבן שהיקפו 16 ס"מ.
 נסמן ב- x את אורך אחת מצלעות המלבן.
 א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע הסמוכה לה.
 ב. הביעו באמצעות x את שטח המלבן.
 ג. מצאו מה צריך להיות אורכן של צלעות המלבן כדי ששטחו יהיה מקסימלי.

תרגיל 18



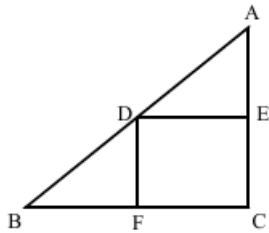
במלבן ABCD נתון: $AB = 8$. הנקודות F, E ו- G נמצאות על צלעות המלבן, כך ש- $AE = AF$, $BF = BG$.
 נסמן ב- x את אורך הקטע AE.
 א. הביעו את סכום השטחים המקווקווים על ידי x .
 ב. מצאו את הערך של x , כך שסכום השטחים המקווקווים יהיה מינימלי.
 ג. מצאו את היקף המשולש AEF, כאשר סכום השטחים המקווקווים הוא מינימלי. דייקו עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

תרגיל 19



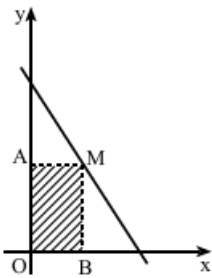
בתוך מלבן חיצוני שהיקפו 72 ס"מ, חסום מלבן פנימי שצלעותיו מקבילות לצלעות המלבן החיצוני.
 רוחב השוליים הצרים הוא 2 ס"מ מכל צד, ורוחב השוליים הרחבים הוא 3 ס"מ מכל צד.
 נסמן ב- x את רוחב המלבן החיצוני (ראו ציור).
 א. הביעו באמצעות x את אורך המלבן החיצוני.
 ב. הביעו באמצעות x את שטח המלבן הפנימי (השטח המקווקו).
 ג. מצאו את x שעבורו שטח המלבן הפנימי הוא מקסימלי.

תרגיל 20



- ABC הוא משולש ישר-זווית ($AC \perp BC$)
 שבו $AC = 6$ ס"מ ו- $BC = 8$ ס"מ.
 בתוך המשולש חסום מלבן DECF.
 א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.
 ב. נסמן: $CE = x$. הביעו באמצעות x את אורך הקטע DE.
 ג. מה צלעותיו של המלבן, ששטחו מקסימלי?

תרגיל 21



- על גרף הפונקציה $y = -1.5x + 6$ בוחרים נקודה M ברביע הראשון.
 בנקודה זו מורידים אנכים לצירים,
 כך שנוצר מלבן AMBO (ראו ציור).
 נסמן ב- x את שיעור ה- x בנקודה M.
 א. הביעו באמצעות x את שיעור ה- y בנקודה M.
 ב. הביעו באמצעות x את שטח המלבן.
 ג. מהם שיעורי הנקודה M,
 כך ששטח המלבן AMBO יהיה מקסימלי?
 ד. מהו השטח המקסימלי של המלבן?
 ה. האם אפשר למצוא נקודה M, שעבורה שטח המלבן AMBO הוא 8?

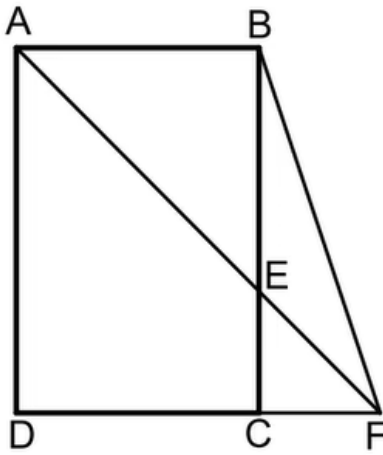
גאומטריה משולבת

תרגיל 22

- נתון מרובע ABCD ששיעורי קודקודיו הם: A, B(-1,-2), C(6,2), D(3,5), (4,-1).
 א. סרטטו את המרובע ABCD במערכת צירים.
 ב. הוכיחו שהמרובע המתקבל הוא מקבילית.
 ג. חשבו את היקף המקבילית.
 ד. M היא נקודת המפגש של אלכסוני המקבילית. חשבו את השיעורים של M.

תרגיל 23

באיור שלפניכם נתון מלבד ABCD שבו: $AB = 12 \text{ cm}$, $AD = 18 \text{ cm}$.



הנקודה E מחלקת את הצלע BC ביחס של $BE:CE=2:1$.

מעבירים קטע AE החותך את המשך הצלע DC בנקודה F.

מחברים את הנקודה F עם הקודקוד B.

א. הוכיחו כי: $\triangle ABE \sim \triangle FCE$.

ב. מהו יחס הדמיון?

ג. איזה סוג משולש הוא המשולש $\triangle FCE$?

ד. חשבו את אורך הצלע EF במשולש $\triangle FCE$.

ה. מצאו את הזווית $\angle BFE$.

ו. חשבו את שטח המשולש $\triangle BFE$.

ז. חשבו את היחס בין שטח המשולש $\triangle BFE$ לבין שטח המרובע ABCD.

תרגיל 24

נתונה מקבילית ABCD.

EC ו-ED הם חוצי זוויות BCD ו-ADC בהתאמה,

הנפגשים בנקודה E.

נסמן: $\angle BCD = 2\alpha$.

א. בטאו באמצעות α את זווית ADC.

ב. הוכיחו: $\angle CED = 90^\circ$.

נתון: $A(3,2)$, $B(-5,8)$, $C(4,8)$.

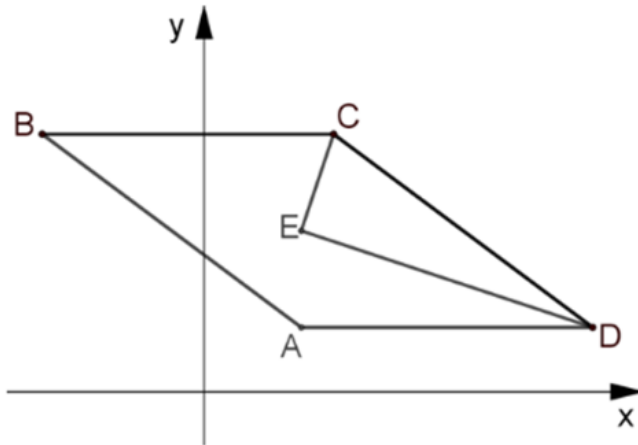
משוואת הישר EC היא: $y = 3x - 4$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה D.

ד. מצאו את משוואת הישר ED.

ה. חשבו את שיעורי הנקודה E.

ו. מצאו פי כמה גדול שטח המקבילית ABCD משטח המשולש CED?



תרגיל 25

במרובע ABCD שיעורי קודקודיו הם: $A(4,4)$, $B(3,-2)$, $C(7,0)$, $D(4,6)$.

א. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מלבן.

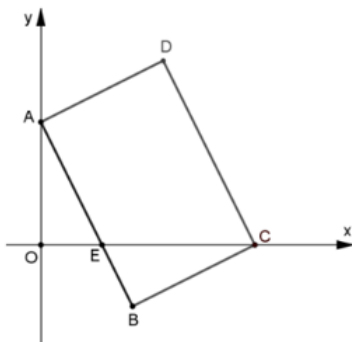
הצלע AB חותכת את ציר ה-X בנקודה E.

הנקודה O היא ראשית הצירים (ראה ציור).

ב. מצאו את שיעורי הנקודה E.

ג. הוכיחו שהמשולשים AOE ו-CBE דומים.

ד. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש AOE.



תרגיל 26

במשולש ABC נתון כי שיעורי הנקודות $A(6,5)$, $B(5,2)$, $C(12,3)$.

1. (1) הוכיחו כי $\triangle ABC$ הוא משולש ישר זווית.

(2) חשבו את זוויות המשולש ABC.

2. מעבירים את AD, גובה לצלע BC.

3. הוכיחו כי הגובה יוצר שלושה משולשים דומים: ABD , ADC , ABC

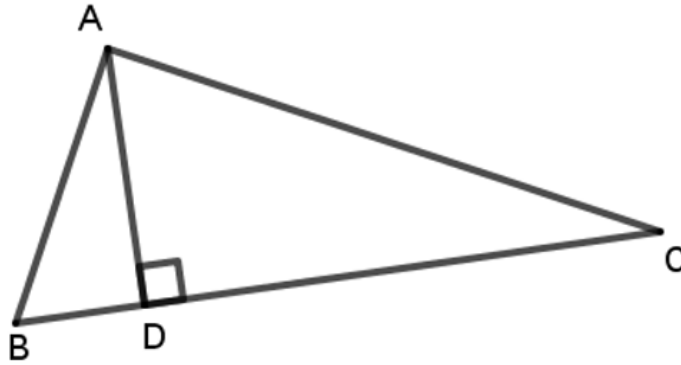
(כלומר, הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle ADC \sim \triangle ABD$).

4. חשבו את יחסי הדמיון של המשולשים הבאים:

(1) $ABCA$ ו- $ADCA$.

(2) $ABDA$ ו- $ADCA$.

(3) $ABDA$ ו- $ABCA$.



תרגיל 27

במשולש ABC נתון: $A(15, -3)$, $C(3, 3)$.

משוואות הישרים עליהם מונחים הגבהים לצלעות AC ו- BC

הם $y = 2x - 18$ ו- $y = -x + 6$ בהתאמה (ראו סרטוט).

שני הגבהים נפגשים בנקודה P.

1. מצאו את שיעורי הנקודה P.

2. (1) מצאו את משוואת הישר עליו מונח הגובה לצלע AB.

(2) הראו כי הגובה לצלע AB עובר דרך הנקודה P.

כלומר, הראו ששלושת הגבהים נפגשים בנקודה אחת שהיא נקודה P.

3. מצאו את משוואות הישרים עליהם מונחות הצלעות AB ו- BC.

4. האם משולש ABC הוא משולש שונה צלעות / שווה שוקיים / שווה צלעות?

5. חשבו את זוויות המשולש ABC.

